

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO
<http://profeblog.es/blog/luismiglesias>

Una ecuación de segundo grado es una ecuación que puede reducirse a la forma general

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0$$

Ejemplos: $3x^2 - 2x + 5 = 0$ $a = 3, b = -2, c = 5$; $x^2 - 3x - 4 = 0$ $a = 1, b = -3, c = -4$

Las soluciones de la ecuación son los valores de x que al sustituirlos verifican la igualdad

Ejemplo: en la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$

el valor $x = 4$ no es solución porque $4^2 - 5 \cdot 4 + 6 = 16 - 20 + 6 = 2$

el valor $x = 2$ sí es solución porque $2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$

1. Escribe cada una de las siguientes ecuaciones en forma general identificando los coeficientes a y b y c

a) $-2x^2 + 3x - 5 = 0$

b) $3x^2 = 4x - 1$

c) $1 - 3x^2 + x = 0$

d) $2 = 3x - 4x^2$

e) $2x(x - 1) = 2$

f) $(x - 2)x = 3x(2x + 1)$

g) $2x - 3 = 4x^2 - 5x + 1$

h) $(2 - 3x)^2 = x + 1$

i) $(x - 2)(3 - 2x) = 3$

(Soluciones: a) $a = -2, b = 3, c = -5$ b) $a = 3, b = -4, c = 1$ c) $a = -3, b = 1, c = 1$ d) $a = 4, b = -3, c = 2$

e) $a = 2, b = -2, c = -2$ f) $a = 5, b = 5, c = 0$ g) $a = 4, b = -7, c = 4$ h) $a = 9, b = -13, c = 3$ i) $a = -2, b = 7, c = -9$

2. Decir en cada ecuación si los valores que se proponen son solución o no de la ecuación

a) $x^2 - 7x + 10 = 0$; $x = 0, x = 2, x = -3, x = 5$

b) $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $x = 1, x = 1/2, x = -2, x = 3$

c) $2x^2 - 3x - 5 = 0$; $x = -1, x = 1, x = 2, x = -2$

(Soluciones: a) no, si, no si b) no, si, no, no c) si, no, no, no)

3. En la ecuación $x^2 - 5x + c = 0$, una solución es 3. ¿Cuánto vale c ?

(Sol: $c = 6$)

4. En la ecuación $x^2 + bx + 15 = 0$, una solución es 5. ¿Cuánto vale b ?

(Sol: $b = -8$)

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO INCOMPLETAS

Si en la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ alguno de los coeficientes b o c es nulo, se dice que es una ecuación incompleta y se pueden resolver directamente:

a) si $b = c = 0$ entonces la ecuación queda $ax^2 = 0$ y la solución es $x = 0$

b) si $b = 0$ entonces la ecuación queda $ax^2 + c = 0$; ejemplo $3x^2 - 12 = 0$; $3x^2 = 12$; $x^2 = \frac{12}{3} = 4$;

$$x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

c) si $c = 0$ entonces la ecuación queda $x^2 + bx = 0$; Ejemplo $3x^2 - 12x = 0$ se saca factor común x ; $x(3x - 12) = 0$;

primer factor cero $x = 0$; segundo factor cero $3x - 12 = 0$; $3x = 12$; $x = \frac{12}{3} = 4$; $x = 4$

5. Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas

- a) $x^2 - x = 0$ b) $2x^2 = 0$ c) $x^2 - 9 = 0$ d) $4x^2 - 9 = 0$
 e) $x^2 + 2x = 0$ f) $8x^2 + 16x = 0$ g) $3x^2 - 4 = 28 + x^2$ h) $x^2 - 9x = 0$
 i) $x^2 - 1 = 0$ j) $x^2 - 6 = 10$ k) $1 - 4x^2 = -8$ l) $x^2 + 11x = 0$
 m) $(x-5)(x+1) + 5 = 0$ n) $(3x-2)(3x+2) = 77$

(Sol: a) $x = 0, x = 1$ b) $x = 0$ c) $x = \pm 3$ d) $x = \pm 3/2$ e) $x = 0, x = -2$ f) $x = 0, x = -2$ g) $x = \pm 4$ h) $x = 0, x = 9$
 i) $x = \pm 1$ j) $x = \pm 4$ k) $x = \pm 3/2$ l) $x = 0, x = -11$ m) $x = 0, x = 4$ n) $x = \pm 3$

RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN COMPLETA

La ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$ se dice que está completa cuando todos los coeficientes son distintos de cero. En este caso las soluciones se obtienen aplicando la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El valor del radicando de $\sqrt{b^2 - 4ac}$ permite saber el número de soluciones sin necesidad de hallarlas. $D = b^2 - 4ac$ se llama discriminante.

$D = b^2 - 4ac$

- si D es positivo, tiene dos soluciones (signo +, signo -)
- si D es cero, tiene una solución (solución doble)
- si D es negativo, no tiene soluciones

Ejemplo: $x^2 - 3x + 2 = 0$ en esta ecuación $a = 1$, $b = -3$, $c = 2$ y aplicando la fórmula

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$\frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$
 $\frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x = 2$

$x = 1$

6. Calculando el discriminante, indicar el número de soluciones de las siguientes ecuaciones:

- a) $x^2 - 7x + 3 = 0$ b) $x^2 - 16x + 64 = 0$ c) $x^2 - 6x + 13 = 0$
 d) $x^2 - 14x + 49 = 0$ e) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ f) $2x^2 - x + 45 = 0$
 g) $x^2 + x + 2 = 0$ h) $4x^2 - 12x + 9 = 0$ i) $x^2 - 8x + 25 = 0$
 j) $x - 2x^2 + 7 = 0$ k) $x - 5 + 3x^2 = 0$ l) $8 + x^2 + 3x = 0$

(Sol: a)2 b)1 c)0 d)1 e)2 f)2 g)0 h)1 i)0 j)2 k)2 l)0)

7. Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

- a) $x^2 - 8x + 15 = 0$ b) $2x^2 - 9x - 1 = 0$ c) $4x^2 - 12x + 9 = 0$
 d) $x^2 - 8x + 25 = 0$ e) $4x^2 + 12x + 9 = 0$ f) $3x^2 - 2x - 1 = 0$
 g) $x^2 + 7x + 3 = 0$ h) $3x^2 - 6x - 12 = 0$ i) $3x^2 - 10x + 3 = 0$
 j) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ k) $6x^2 - 5x + 1 = 0$ l) $6x^2 - 7x + 2 = 0$

(Sol: a) 3,5 b) $\frac{9 \pm \sqrt{90}}{4}$ c) $\frac{3}{2}$ d) no tiene e) $-\frac{3}{2}$ f) $1, -\frac{1}{3}$ g) $\frac{-7 \pm \sqrt{37}}{2}$ h) $\frac{6 \pm \sqrt{180}}{6}$ i) $3, \frac{1}{3}$ j) $2, \frac{1}{2}$ k) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ l) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $11x + 21 = 2x^2$

b) $3(x-1)(x+2) = 3x-6$

c) $21x-100 = x^2 + 21-x$

d) $2x^2 - 1 = 1 - x - x^2$

e) $(x-2)^2 = 3$

f) $(5x-3)^2 - 11(4x+1) = 1$

g) $(4x-1)(2x+2) = 12$

h) $x^2 - \frac{x}{2} = \frac{1}{3} - \frac{2x}{3}$

i) $x^2 - \frac{3x+1}{2} = \frac{2}{3}$

(Sol: a) $7, -\frac{3}{2}$ b) 0 c) 11 d) $-1, \frac{2}{3}$ e) $\frac{4 \pm \sqrt{12}}{2}$ f) $3, -\frac{1}{25}$ g) $1, -\frac{7}{4}$ h) $-\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ i) no tiene)

